

Θεωρία-Τυπολόγιο Μαθηματικών Α' Γυμνασίου

ΦΥΣΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

$$N = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, \dots\}$$

Χωρίζονται σε δύο μεγάλες κατηγορίες:

1) τους άρτιους (ζυγούς): 0, 2, 4, 6, 8, 10, 12,

2) τους περιττούς (μονούς): 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13,

ΔΕΚΑΔΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

Το ύψος του Γιώργου είναι 1m και 40 εκατοστά και λέμε ότι είναι 1,40m

Τα μήλα που αγοράσαμε ζυγίζουν 3 κιλά και 450 γραμμάρια και γράφουμε 3,450 κιλά

Οι παραπάνω αριθμοί λέγονται δεκαδικοί αριθμοί και αποτελούνται από δύο μέρη: το ακέραιο και το δεκαδικό μέρος που χωρίζονται μεταξύ τους με την υποδιαστολή.

Το πρώτο ψηφίο του δεκαδικού μέρους φανερώνει τα δέκατα, το δεύτερο τα εκατοστά, το τρίτο τα χιλιοστά κτλ.

ΣΤΡΟΓΓΥΛΟΠΟΙΗΣΗ ΑΡΙΘΜΩΝ

Για να στρογγυλοποιήσουμε έναν αριθμό σε μία τάξη του (σημαντικά ψηφία) ελέγχουμε πάντα το ψηφίο της επόμενης τάξης.

Έτσι αν:

(1) είναι 0, 1, 2, 3, 4 αφήνουμε τον αριθμό όπως είναι μέχρι και την τάξη που στρογγυλοποιούμε και αντικαθιστούμε τα υπόλοιπα ψηφία του με μηδενικά

(2) είναι 5, 6, 7, 8, 9 αυξάνουμε κατά μία μονάδα την τάξη που στρογγυλοποιούμε και αντικαθιστούμε τα υπόλοιπα ψηφία του με μηδενικά

Η ΕΝΝΟΙΑ ΤΗΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΗΣ

Αν γνωρίζουμε την τιμή ενός βιβλίου μπορούμε να βρούμε πόσα χρήματα θα πληρώσουμε αγοράζοντας 2 ή 4 ή 10 βιβλία πολλαπλασιάζοντας το πλήθος των βιβλίων με την τιμή του ενός.

Έτσι αν η τιμή ενός βιβλίου είναι 1500 δρχ. τότε θα έχουμε:

Κόστος=(πλήθος βιβλίων)·1500

Αν παραστήσουμε με x το πλήθος των βιβλίων τότε το κόστος τους θα είναι: $1500 \cdot x$

Το x καλείται μεταβλητή και μπορεί να πάρει διάφορες τιμές σύμφωνα με το κάθε πρόβλημα.

Η ΕΝΝΟΙΑ ΤΗΣ ΕΞΙΣΩΣΗΣ

Εξίσωση με μία μεταβλητή ονομάζουμε μια ισότητα που περιέχει αριθμούς και μία μεταβλητή και που ισχύει για ορισμένες μόνο τιμές της μεταβλητής.

Για παράδειγμα οι ισότητες $x+3=7$, $5-x=2$, $2x-1=13$ είναι εξισώσεις.

Ονομάζουμε λύση ή ρίζα της εξίσωσης τον αριθμό που επαληθεύει την εξίσωση. Αν μια εξίσωση δεν έχει λύση θα λέμε ότι είναι αδύνατη.

ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ ΦΥΣΙΚΩΝ ΚΑΙ ΔΕΚΑΔΙΚΩΝ

Το άθροισμα $2+2+2+2+2$ γράφεται πιο απλά $5 \cdot 2$

Η πράξη $5 \cdot 2$ που κάνουμε λέγεται πολλαπλασιασμός. Το αποτέλεσμα 10 είναι το γινόμενο των 5 και 2 ενώ οι τελευταίοι είναι οι παράγοντες του γινομένου.

Όταν πολλαπλασιάζουμε έναν φυσικό αριθμό με το 10, ή το 100, ή το 1000, προσθέτουμε στο τέλος του αριθμού, ένα, ή δύο, ή τρία μηδενικά, αντίστοιχα.

Π.χ. $16 \cdot 10=160$ $16 \cdot 100=1600$ $16 \cdot 1000=16000$

Όταν πολλαπλασιάζουμε ένα δεκαδικό αριθμό με το 10, ή το 100, ή το 1000, μεταφέρουμε την υποδιαστολή δεξιά, μία, ή δύο, ή τρεις θέσεις, αντίστοιχα.

Π.χ. $3,54 \cdot 10=35,4$ $3,54 \cdot 100=354$ $3,5428 \cdot 1000=3542,8$

Αν ο δεκαδικός αριθμός έχει λιγότερα δεκαδικά ψηφία απ' όσα πρέπει να μετακινήσουμε την υποδιαστολή, τότε προσθέτουμε όσα μηδενικά όσα του λείπουν.

Π.χ. $3,54 \cdot 1000=3540$ $5,4 \cdot 1000=5400$

ΔΙΑΙΡΕΤΕΣ ΦΥΣΙΚΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ

1. Διαιρέτης ενός φυσικού αριθμού a είναι οι φυσικοί αριθμοί που όταν διαιρεθούν με το a δίνουν ακέραιο πηλίκο και υπόλοιπο 0.

- Οι παράγοντες ενός αριθμού είναι και διαιρέτες του.

- *Πρώτοι αριθμοί* είναι οι φυσικοί αριθμοί που έχουν διαιρέτες μόνο το 1 και τον εαυτό τους (1, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23,)
- *Σύνθετοι αριθμοί* είναι οι αριθμοί που δεν είναι πρώτοι, δηλαδή έχουν εκτός από το 1 και τον εαυτό τους και άλλους διαιρέτες.

2. Μ.Κ.Δ. σημαίνει Μ=Μέγιστος (μεγαλύτερος) Κ=Κοινός (ίδιος) Δ=Διαιρέτης

- Ονομάζουμε Μ.Κ.Δ. δυο ή περισσότερων φυσικών αριθμών τον μεγαλύτερο από τους κοινούς διαιρέτες τους.

3. Πως βρίσκουμε το Μέγιστο Κοινό Διαιρέτη δύο ή περισσότερων αριθμών;

Βήμα 1^ο Βρίσκουμε τους διαιρέτες των αριθμών.

Βήμα 2^ο Βρίσκουμε τους κοινούς διαιρέτες.

Βήμα 3^ο Από τους κοινούς διαιρέτες επιλέγουμε το μεγαλύτερο.

Παράδειγμα: Αν $\alpha=8$ και $\beta=12$, κοινοί διαιρέτες είναι οι 1, 2, 4 και ο μεγαλύτερος από αυτούς είναι ο 4 δηλαδή $ΜΚΔ(8, 12) = 4$

4. Ε.Κ.Π σημαίνει Ε=Ελάχιστο (μικρότερο) Κ=Κοινό (ίδιο) Π=Πολλαπλάσιο

- Το Ελάχιστο κοινό πολλαπλάσιο (ΕΚΠ) δυο αριθμών είναι από τα κοινά πολλαπλάσια των δυο αριθμών το μικρότερο.

Βήμα 1^ο Βρίσκουμε τα πολλαπλάσια των αριθμών.

Βήμα 2^ο Βρίσκουμε τα κοινά πολλαπλάσια.

Βήμα 3^ο Από τα κοινά πολλαπλάσια επιλέγουμε το μικρότερο..

Παράδειγμα: Αν $\alpha=8$ και $\beta=12$, τα πολλαπλάσια του 8 είναι 8, 16, 24, 32, 40, 48, ... του 12 είναι 12, 24, 36, 48, ... Τα κοινά πολλαπλάσια είναι 24, 48, ... Το μικρότερο από τα κοινά πολλαπλάσια είναι το 24, δηλαδή $ΕΚΠ(8, 12) = 24$

ΕΠΙΜΕΡΙΣΤΙΚΗ ΙΔΙΟΤΗΤΑ

Για την πρόσθεση: $\alpha \cdot (\beta + \gamma) = \alpha \cdot \beta + \alpha \cdot \gamma$
 $\alpha \cdot \beta + \alpha \cdot \gamma = \alpha \cdot (\beta + \gamma)$

Για την αφαίρεση: $\alpha \cdot (\beta - \gamma) = \alpha \cdot \beta - \alpha \cdot \gamma$
 $\alpha \cdot \beta - \alpha \cdot \gamma = \alpha \cdot (\beta - \gamma)$

ΔΥΝΑΜΕΙΣ ΑΡΙΘΜΩΝ

$$10^2=100, 10^3=1000, 10^6=1000000$$

Οι δυνάμεις a^2 (α στην δευτέρα) και a^3 (α στην τρίτη) διαβάζονται και 'α στο τετράγωνο' και 'α στον κύβο' αντίστοιχα.

Κάθε αριθμός μπορεί να γραφεί σε ανεπτυγμένη μορφή με τη βοήθεια των δυνάμεων του 10 σύμφωνα ως εξής:

$$1995=1000+900+90+5=1\cdot 1000+9\cdot 100+9\cdot 10+5=1\cdot 10^3+9\cdot 10^2+9\cdot 10+5$$

Η ΕΥΚΛΕΙΔΙΑ ΔΙΑΙΡΕΣΗ

Στην τέλεια διαίρεση ισχύει: $\Delta = \delta \cdot \pi$ όπου (Δ) ο διαιρετέος, (δ) ο διαιρέτης, και (π) το πηλίκο.

Αν όμως δοθούν δύο φυσικοί αριθμοί ο διαιρετέος (Δ) και ο διαιρέτης (δ), και μπορούμε να βρούμε δύο άλλους φυσικούς αριθμούς, το πηλίκο (π) και το υπόλοιπο (υ), τότε έχουμε την ευκλείδια διαίρεση και ισχύει:

$$\Delta = \delta \cdot \pi + \upsilon \text{ και } \upsilon < \delta$$

Στην ευκλείδια διαίρεση: αν $\upsilon = 0$ τότε $\Delta = \delta \cdot \pi$ (τέλεια διαίρεση)
αν $\upsilon \neq 0$ τότε $\Delta = \delta \cdot \pi + \upsilon$ (ατελής διαίρεση)

ΠΡΟΤΕΡΑΙΟΤΗΤΑ ΠΡΑΞΕΩΝ

Σειρά πράξεων:

- 1) ΔΥΝΑΜΕΙΣ
- 2) ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΙ ΚΑΙ ΔΙΑΙΡΕΣΕΙΣ
- 3) ΠΡΟΣΘΕΣΕΙΣ ΚΑΙ ΑΦΑΙΡΕΣΕΙΣ

Προσοχή Αν σε μια παράσταση υπάρχουν παρενθέσεις προηγούνται οι πράξεις μέσα σε αυτές με την παραπάνω σειρά.

Παράδειγμα:

$$A = 3^2 + 5 \cdot 3 + 4^2 - 2 \cdot (7-1) = 9 + 5 \cdot 3 + 16 - 2 \cdot 6 = 9 + 15 + 16 - 12 = 28$$

ΤΥΠΟΠΟΙΗΜΕΝΗ Η ΕΚΘΕΤΙΚΗ ΜΟΡΦΗ ΜΕΓΑΛΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

Ένας μεγάλος αριθμός στην τυποποιημένη μορφή γράφεται σαν γινόμενο ενός αριθμού a (φυσικού ή δεκαδικού) που είναι μεγαλύτερος ή ίσος του 1 και μικρότερος του 10 επί μία δύναμη του 10.