

## Τυπολόγιο Φυσικής Γ' Λυκείου

### ΗΛΕΚΤΡΙΚΕΣ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΕΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

#### Χαρακτηριστικά μεγέθη περιοδικών φαινομένων

**Συχνότητα**

$$f = \frac{N}{t} \quad \text{και} \quad f = \frac{1}{T}$$

**Γωνιακή συχνότητα**

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad \text{και} \quad \omega = 2\pi f$$

#### Μηχανική απλή αρμονική ταλάντωση

Αρχικές συνθήκες ( $t = 0$ ):  $x = 0$ ,  $v > 0$

**Απομάκρυνση**

$$x = A\eta\mu\omega t$$

**Ταχύτητα**

$$v = v_{\max}\sigma\upsilon\nu\omega t, \quad \text{όπου} \quad v_{\max} = \omega A$$

**Επιτάχυνση**

$$a = -a_{\max}\eta\mu\omega t, \quad \text{όπου} \quad a_{\max} = \omega^2 A$$

Με τυχαίες αρχικές συνθήκες

**Απομάκρυνση**

$$x = A\eta\mu(\omega t + \varphi_0)$$

**Ταχύτητα**

$$v = v_{\max}\sigma\upsilon\nu(\omega t + \varphi_0)$$

**Επιτάχυνση**

$$a = -a_{\max}\eta\mu(\omega t + \varphi_0)$$

όπου  $\varphi_0 \in [0, 2\pi)$  η αρχική φάση

**Δύναμη επαναφοράς**

$$F = -Dx, \quad \text{όπου} \quad D = m\omega^2$$

**Περίοδος**

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}}$$

#### Ενέργεια ταλάντωσης και χρόνος ( $\varphi_0 = 0$ )

**Κινητική ενέργεια**

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \quad \text{ή} \quad K = E\sigma\upsilon\nu^2\omega t$$

**Δυναμική ενέργεια**

$$U = \frac{1}{2}Dx^2 \quad \text{ή} \quad U = E\eta\mu^2\omega t$$

**Μηχανική (ολική) ενέργεια**

$$E = K + U \quad \text{ή} \quad E = \frac{1}{2}DA^2 = \frac{1}{2}mv_{\max}^2$$

#### Ηλεκτρικές ταλαντώσεις

Αρχικές συνθήκες ( $t = 0$ ):  $q = Q$  και  $i = 0$

**Φορτίο πυκνωτή (φορτίο αρχικά θετικού οπλισμού)**

$$q = Q\sigma\upsilon\nu\omega t$$

**Ένταση ρεύματος**

$$i = I\eta\mu\omega t, \quad \text{όπου} \quad I = \omega Q$$

**Περίοδος**

$$T = 2\pi\sqrt{LC}$$

**Ενέργεια ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή**

$$U_E = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} \quad \text{ή} \quad U_E = E\sigma\upsilon\nu^2\omega t$$

### Ενέργεια μαγνητικού πεδίου του πηνίου

$$U_B = \frac{1}{2}Li^2 \quad \text{ή} \quad U_B = E\eta\mu^2\omega t$$

### Φθίνουσες μηχανικές ταλαντώσεις

Με αντίσταση της μορφής  $F = -bv$

### Πλάτος μετά από κ πλήρεις ταλαντώσεις

$$A_k = A_0 e^{-\Lambda t}$$

όπου  $t = \kappa T$ ,  $\kappa = 0, 1, 2, \dots$  και  $\Lambda = \frac{b}{2m}$

### Λόγος διαδοχικών πλατών προς την ίδια κατεύθυνση

$$\frac{A_0}{A_1} = \frac{A_1}{A_2} = \dots = \frac{A_k}{A_{k+1}} = e^{\Lambda T} = \text{σταθ.}$$

### Ενέργεια μετά από κ πλήρεις ταλαντώσεις

$$E_k = \frac{1}{2}DA_k^2 \quad \text{ή} \quad E_k = \frac{1}{2}DA_0^2 e^{-2\Lambda t}$$

όπου  $t = \kappa T$ ,  $\kappa = 0, 1, 2, \dots$

### Φθίνουσες ηλεκτρικές ταλαντώσεις

Με ωμική αντίσταση  $R$

### Μέγιστο φορτίο

$$Q_k = Q_0 e^{-\Lambda t}$$

όπου  $t = \kappa T$ ,  $\kappa = 0, 1, 2, \dots$  και  $\Lambda = \frac{R}{2L}$

### Εξαναγκασμένες ταλαντώσεις

### Συνθήκη συντονισμού, με $b = 0$ :

$$f = f_0$$

### Σύνθεση ταλαντώσεων

1. Σύνθεση δύο αρμονικών ταλαντώσεων ίδιας διεύθυνσης, ίδιας συχνότητας και εξισώσεις

$$x_1 = A_1 \eta \mu \omega t \quad \text{και} \quad x_2 = A_2 \eta \mu(\omega t + \varphi)$$

Συνισταμένη αρμονική ταλάντωση

$$x = A \eta \mu(\omega t + \theta)$$

όπου  $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \varphi}$  και  $\varepsilon \varphi \theta = \frac{A_2 \eta \mu \varphi}{A_1 + A_2 \cos \varphi}$

2. Σύνθεση δύο αρμονικών ταλαντώσεων ίδιας διεύθυνσης, ίδιου πλάτους, με κοινή θέση ισορροπίας και ελάχιστα διαφορετικές συχνότητες.

$$x_1 = A \eta \mu \omega_1 t \quad \text{και} \quad x_2 = A \eta \mu \omega_2 t$$

Συνισταμένη ταλάντωση

$$x = \underbrace{2A \operatorname{συν}\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t\right)}_{A'} \operatorname{ημ}\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t\right)$$

Πλάτος

$$|A'| = 2A \left| \operatorname{συν}\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t\right) \right|$$

Γωνιακή συχνότητα

$$\bar{\omega} = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}$$

Εξισώσεις συνισταμένης ταλάντωσης

Απομάκρυνση

$$x = A' \eta\mu \bar{\omega} t$$

Ταχύτητα

$$v = \bar{\omega} A' \operatorname{συν} \bar{\omega} t$$

Επιτάχυνση

$$a = -\bar{\omega}^2 A' \eta\mu \bar{\omega} t$$

Συχνότητα διακροτήματος

$$f_{\delta} = |f_1 - f_2|$$

## ΚΥΜΑΤΑ

### Μηχανικά κύματα

Θεμελιώδης εξίσωση της κυματικής

$$v = \lambda f$$

Διαφορά φάσης δύο σημείων, την ίδια στιγμή  $t$

$$\Delta\varphi = 2\pi \frac{\Delta x}{\lambda}$$

Μεταβολή φάσης ενός σημείου, σε χρόνο  $\Delta t$

$$\Delta\varphi = 2\pi \frac{\Delta t}{T}$$

### Συμβολή δύο όμοιων κυμάτων στην επιφάνεια υγρού

Απομάκρυνση ενός σημείου του υγρού

$$y = \underbrace{2A \operatorname{συν} 2\pi \frac{r_1 - r_2}{2\lambda}}_{A'} \operatorname{ημ} 2\pi \left( \frac{t}{T} - \underbrace{\frac{r_1 + r_2}{2\lambda}}_{\text{φάση } \varphi} \right)$$

όπου  $|A'|$  το πλάτος

Συνθήκη ενίσχυσης ( $|A'| = 2A$ )

$$|r_1 - r_2| = N\lambda, \quad N = 0, 1, 2, \dots$$

Συνθήκη απόσβεσης ( $A' = 0$ )

$$|r_1 - r_2| = (2N + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad N = 0, 1, 2, \dots$$

### Στάσιμα κύματα

Εξίσωση στάσιμου κύματος (στη θέση  $x=0$  σχηματίζεται κοιλιά)

$$y = \underbrace{2A \sin \frac{2\pi x}{\lambda}}_A \eta \mu \frac{2\pi t}{T}, \quad \text{όπου } |A| \text{ το πλάτος}$$

Ταχύτητα

$$v = \frac{2\pi}{T} A \sin \frac{2\pi t}{T}$$

Επιτάχυνση

$$a = -\frac{4\pi^2}{T^2} A \eta \mu \frac{2\pi t}{T}$$

Θέσεις κοιλιών

$$x = \kappa \frac{\lambda}{2}, \quad \kappa = 0, 1, 2, \dots$$

Θέσεις δεσμών

$$x = (2\kappa + 1) \frac{\lambda}{4}, \quad \kappa = 0, 1, 2, \dots$$

Απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών δεσμών (ή διαδοχικών κοιλιών)

$$d = \frac{\lambda}{2} = \lambda_{\text{στασ}}$$

### Ηλεκτρομαγνητικό κύμα

Ηλεκτρικό πεδίο

$$E = E_{\text{max}} \eta \mu 2\pi \frac{x}{\lambda} \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \ddot{\phi}$$

Μαγνητικό πεδίο

$$B = B_{\text{max}} \eta \mu 2\pi \frac{x}{\lambda} \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \dot{\phi}$$

Σχέση μέτρων εντάσεων

$$\frac{E}{B} = c \quad \text{και} \quad \frac{E_{\text{max}}}{B_{\text{max}}} = c$$

### Ανάκλαση και διάθλαση του φωτός

Όταν αλλάζει το μέσο διάδοσης του κύματος παραμένει σταθερή η συχνότητα  $f$ , αλλάζει η ταχύτητα διάδοσης  $v$ , άρα αλλάζει το μήκος κύματος  $\lambda$ .

**Νόμος της ανάκλασης**

γωνία ανάκλασης = γωνία πρόσπτωσης

$$\theta_r = \theta_a$$

**Νόμος της διάθλασης (Snell)**

$$n_a \eta \mu \theta_a = n_b \eta \mu \theta_b$$

**Δείκτης διάθλασης ενός υλικού**

$$n = \frac{c}{v} \quad \text{και} \quad n = \frac{\lambda_0}{\lambda}$$

**Κρίσιμη γωνία (ολική εσωτερική ανάκλαση)**

$$\eta \mu \theta_{\text{crit}} = \frac{n_b}{n_a}$$

## ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΣΤΕΡΕΟΥ ΣΩΜΑΤΟΣ

### Οι κινήσεις των στερεών σωμάτων

#### Σχέση γραμμικής ταχύτητας με γωνιακή ταχύτητα

$$v = \omega r$$

#### Γωνιακή ταχύτητα

$$\omega = \frac{d\theta}{dt}$$

#### Γωνιακή επιτάχυνση

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt}$$

#### Σχέση τόξου με επίκεντρη γωνία

$$ds = R d\theta$$

### Κύλιση τροχού ακτίνας R

#### Ταχύτητα κέντρου μάζας

$$v_{cm} = \frac{ds}{dt} \quad \text{ή} \quad v_{cm} = \omega R$$

#### Επιτάχυνση κέντρου μάζας

$$a_{cm} = \alpha R$$

### Ροπή δύναμης

#### Ροπή δύναμης ως προς τον άξονα

$$\tau = F\ell$$

#### Ροπή δύναμης ως προς σημείο

$$\tau = F\ell$$

#### Ροπή ζεύγους δυνάμεων

$$\tau = Fd$$

όπου d η απόσταση των φορέων των δύο δυνάμεων

### Ισορροπία στερεού σώματος

#### Συνθήκες ισορροπίας

1.  $\Sigma \vec{F} = \vec{0}$  ή  $(\Sigma F_x = 0 \text{ και } \Sigma F_y = 0)$
2.  $\Sigma \tau = 0$

### Ροπή αδράνειας

#### Ροπή αδράνειας ως προς κάποιο άξονα

$$I = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \dots$$

#### Θεώρημα παράλληλων αξόνων (Steiner)

$$I_p = I_{cm} + Md^2$$

### Θεμελιώδης νόμος της στροφικής κίνησης

#### Θεμελιώδης νόμος της στροφικής κίνησης

$$\Sigma \tau = I\alpha$$

#### Γενικότερη διατύπωση του θεμελιώδους νόμου της στροφικής κίνησης

$$\Sigma \tau = \frac{dL}{dt}$$

### Στροφορμή

#### Στροφορμή υλικού σημείου

$$L = pr \quad \text{ή} \quad L = mur$$

### Στροφορμή στερεού σώματος ως προς άξονα

$$L = I\omega$$

### Στροφορμή συστήματος σωμάτων ως προς τον ίδιο άξονα

$$L = L_1 + L_2 + \dots$$

### Διατήρηση της στροφορμής

#### Σε ένα σώμα

Αν  $\Sigma \tau = 0$ , τότε έχουμε  $L = \text{σταθ.}$  δηλαδή  $I_1\omega_1 = I_2\omega_2$

#### Σε σύστημα σωμάτων

Αν  $\Sigma \tau_{\text{εξ}} = 0$ , τότε έχουμε  $L_{\text{ολ}} = \text{σταθ.}$  ή  $L_{\text{πριν}} = L_{\text{μετά}}$

### Κινητική ενέργεια

#### Στροφορμική κίνηση

$$K_{\text{στροφ}} = \frac{1}{2}I\omega^2$$

#### Μεταφορική κίνηση

$$K_{\text{μεταφ.}} = \frac{1}{2}Mv_{\text{cm}}^2$$

#### Κύλιση

$$K = \frac{1}{2}Mv_{\text{cm}}^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$$

### Έργο κατά την στροφορμική κίνηση

#### Έργο δύναμης με σταθερή ροπή

$$W = \tau\theta$$

#### Ισχύς ροπής

$$P = \tau\omega$$

#### Θεώρημα έργου - ενέργειας

$$\Sigma W = \frac{1}{2}I\omega_2^2 - \frac{1}{2}I\omega_1^2$$

## ΚΡΟΥΣΕΙΣ ΚΑΙ ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΚΙΝΗΣΕΙΣ

### Διατήρηση της ορμής συστήματος σωμάτων

$$p_{\text{πριν}} = p_{\text{μετά}}$$

### Κεντρική ελαστική κρούση δύο σφαιρών

#### Ταχύτητες των σωμάτων μετά την κρούση

Γενική μορφή

$$u_1' = \frac{2m_2}{m_1 + m_2}u_2 + \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}u_1$$

$$u_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}u_1 + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}u_2$$

#### Ειδικές μορφές

Αν  $m_1 = m_2$

$$u_1' = u_2 \quad \text{και} \quad u_2' = u_1$$

Αν  $u_2 = 0$

$$u_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} u_1 \quad u_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} u_1$$

Αν  $u_2 = 0$  και  $m_2 \gg m_1$

$$u_1' \cong -u_1 \quad \text{και} \quad u_2' \cong 0$$

Αν  $u_2 = 0$  και  $m_1 \gg m_2$

$$u_1' \cong u_1 \quad \text{και} \quad u_2' \cong 2u_1$$

### Αδρανειακά και μη αδρανειακά συστήματα

#### Μετασχηματισμοί του Γαλιλαίου

Θέση

$$x = x' + u_x t \quad \text{και} \quad y = y' + u_y t$$

Ταχύτητα, αλγεβρικά

$$u_x = u_x' + u_x \quad \text{και} \quad u_y = u_y' + u_y$$

Ταχύτητα, διανυσματικά

$$\vec{u} = \vec{u}' + \vec{u}$$

Επιτάχυνση

$$\vec{a} = \vec{a}'$$

Δύναμη

$$\vec{F} = \vec{F}'$$

### Συστήματα αναφοράς κέντρου μάζας

#### Συντεταγμένες του κέντρου μάζας

$$x_{cm} = \frac{\sum m_i x_i}{M}, \quad y_{cm} = \frac{\sum m_i y_i}{M} \quad \text{και} \quad z_{cm} = \frac{\sum m_i z_i}{M}$$

Για σύστημα δύο σωμάτων

$$x_{cm} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$$

### Πρώθηση του πυραύλου

#### Πρωστική δύναμη

$$F = u \frac{dm}{dt}$$

όπου  $\frac{dm}{dt}$  ο ρυθμός εκτόξευσης καυσαερίων

### Φαινόμενο Doppler

#### Ακίνητη πηγή - ακίνητος παρατηρητής

$$f_A = f_S$$

#### Ακίνητη πηγή - κινούμενος παρατηρητής

$$f_A = \left( \frac{u \pm u_A}{u} \right) f_S$$

Το (+), όταν ο παρατηρητής πλησιάζει προς την πηγή και το (-), όταν ο παρατηρητής απομακρύνεται από την πηγή.

#### Κινούμενη πηγή - ακίνητος παρατηρητής

$$f_A = \left( \frac{u}{u \mp u_S} \right) f_S$$

Το (-), όταν η πηγή πλησιάζει τον παρατηρητή και το (+), όταν απομακρύνεται από αυτόν.

#### Κινούμενη πηγή - κινούμενος παρατηρητής

$$f_A = \left( \frac{u \pm u_A}{u \mp u_S} \right) f_S$$